Q-(1)-

Proof that

$$\left[\frac{(1+\sin\theta+i\cos\theta)}{(1+\sin\theta-i\cos\theta)}\right]^n = \left[\cos\frac{n\pi}{2}-n\theta\right] + \left[i\sin\left(\frac{n\pi}{2}-n\theta\right)\right]$$

Sol :

$$\boxed{L.H.S = \left(\frac{1+\sin\theta+i\cos\theta}{1+\sin\theta-i\cos\theta}\right)^n}$$ वामावर्त

$$= \left[\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta+\sin\theta+i\cos\theta}{1+\sin\theta-i\cos\theta}\right]^n$$

$-i^2$ से अंश तथा हर मे Multiply करने पर

$$\boxed{-\times-1 = +1}$$

$$= \left[\frac{\sin^2\theta-i^2\cos^2\theta+\sin\theta+i\cos\theta}{1+\sin\theta-i\cos\theta}\right]$$

$a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ Use this formula
उपर वाले अंश मे

$$= \left[\frac{(\sin\theta+i\cos\theta)(\sin\theta-i\cos\theta)+\sin\theta+i\cos\theta}{1+\sin\theta-i\cos\theta}\right]$$

अब $\sin\theta+i\cos\theta$ को अंश मे कॉमन लेने पर

$$= \left[\frac{(\sin\theta + i\cos\theta)(\sin\theta - i\cos\theta +)}{(1 + \sin\theta - i\cos\theta)}\right]^n$$

$$= \left[\frac{(\sin\theta + i\cos)\cancel{(1 + \sin - i\cos\theta)}}{\cancel{(1 + \sin\theta - i\cos\theta)}}\right]^n$$

Apply this formula

$$\boxed{\begin{aligned} \sin\theta &= \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \\ \cos\theta &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \end{aligned}}$$

$$= [\sin\theta + i\cos\theta]^n$$

$$= \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right]^n$$

इसका Power घात Angle मे Multiply हो जाता है।
एकोरडिंग टू दि डिमावर्स प्रमेय

$$= \left[\cos n\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + i\sin n\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right]$$

$$= \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \frac{n\theta}{\ }\right) + i\sin\left(n\frac{\pi}{2} - n\theta\right)$$

$$\boxed{= \cos\left(\frac{n\pi}{2} - n\theta\right) + i\sin\theta\left(\frac{n\pi}{2} - n\theta\right)}$$

= R.H.S. दक्षिणावर्त

= Hence proved